

نوین گام

مرجع آموزش ابتدایی، دبیرستان و کنکور



ما توی این مسیر هواتون رو داریم

چجوری؟! اینجوری



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

پاسخ سوالات الزامی

1	الف) نادرست (0/25) $\sqrt{2}, -\sqrt{2} \in Q^C$ (0/25), $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \notin Q^C$ (0/25) ب) درست (0/25) $(2k+1)^2 - 1 = \underbrace{4k^2 + 4k + 1 - 1}_{(0/25)} = \underbrace{4k(k+1)}_{(0/25)} = \underbrace{4 \times 2q}_{(0/25)} = 8q$	1/75
2	$a = 4q + 3$ (0/25) $\Rightarrow 2a + 3 = \underbrace{8q + 9}_{(0/25)} = \underbrace{8(q+1) + 1}_{(0/25)} = 8q' + 1$ (0/25) $\Rightarrow r = 1$ (0/25)	1/25
3	$n 9k + 7 \times (-7)$ (0/25) $\Rightarrow n -63k - 49 + 63k + 54$ (0/25) $\Rightarrow n 5$ (0/25) $\xrightarrow{n \in N} n = 1$ یا 5 (0/25) (مثال صفحه 12)	1
4	$7^2 = 49 \equiv 4$ (0/25) $\Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1$ (0/5) $\Rightarrow 7^{28} \equiv 1$ (0/25) $\xrightarrow{\times 7^2 = 4 (0/25)} 7^{30} \equiv 4$ (0/25) (مشابه سوال 8 و 9 صفحه 29)	1/5
5	$2 \equiv 35$ (0/25) $\Rightarrow 5x \equiv 35$ (0/25) $\xrightarrow{(5,11)=1 (0/25)} x \equiv 7$ (0/25) $\Rightarrow x = 11k + 7$ (0/25)	1/25
6	الف) دو برابر (0/25) (نتیجه ابتدای صفحه 40) ب) k (0/25) (تعریف گراف منتظم صفحه 35) پ) مینیمم (0/25) (تعریف صفحه 44) ت) مینیمال (0/25) (تعریف صفحه 46)	1
7	الف) $N_G[a] = \{a, b, e, d\}$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 36) ب) دور به طول 4 a, b, e, d, a (0/25) (تعریف دور صفحه 38) (در قسمت ب اگر دور را به صورت a, d, e, b, a نوشت، نمره داده شود). پ) مسیر به طول 3، a, e, b, c (0/25) و مسیر به طول 4، a, d, e, b, c (0/25) (مشابه مثال صفحه 38)	1/25
8	$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow 9 + 12 = p - 1$ (0/25) $\Rightarrow p = 22$ (0/25)	0/75
9	الف) گراف روبه‌رو از مرتبه 6 و دارای تنها یک مجموعه احاطه‌گریکتا $\{a, b\}$ است. (0/25). (تمرین 9 صفحه 53) ب) گراف مقابل دارای سه مجموعه احاطه‌گری به اندازه 2 است که عبارتند از: $\{a, d\}, \{f, c\}, \{e, b\}$. (0/25). (ذکر یک مجموعه کافی است.) رسم گراف (0/25) 	1
10	برای گراف مورد سوال داریم $\left\lceil \frac{1}{3+1} \right\rceil = 3 \leq \gamma(G) \Rightarrow \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor \leq \gamma(G)$ (0/5). از طرفی مجموعه $\{g, h, d\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است (0/25). لذا $\gamma(G) \leq 3$ (0/25). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (0/25). (قسمت دوم کار در کلاس صفحه 50)	1/25
11	$\frac{7!}{2! \times 3!}$ (0/5) = 42 (0/25)	0/75
12	$x_1 + \dots + x_5 = 11$, $x_2 \geq 2$, $x_5 \geq 4$ (0/25) $x_1 + y_2 + 2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 = 11$ (0/25) $\Rightarrow x_1 + y_2 + x_3 + x_4 + y_5 = 5$ (0/25) \Rightarrow جواب $= \binom{5+5-1}{5-1} = \binom{9}{4}$ (0/5) (قسمت پ تمرین 8 صفحه 71)	1/25

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: 8 صبح	مدت امتحان: 120 دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: 1399/04/08	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

13	با استفاده از جایگشت $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$ (0/5) مربع لاتین به صورت مقابل داریم. (مشابه تمرین 12 صفحه 72) (برای جایگشت‌های دیگر نیز بارم مناسب در نظر بگیرید.)	1
----	---	---

3	2	1	4
1	4	3	2
4	1	2	3
2	3	4	1

(0/5)

14	متعامدند. زیرا عدد دو رقمی تکراری در مربع وجود ندارد. (0/25)	1
----	--	---

32	21	13
11	33	22
23	12	31

(الف)

13	21	32
32	13	21
21	32	13

(ب)

پاسخ سوالات اختیاری

15	چون رابطه آخر درست است، پس با بازگشت روابط، حکم مسأله درست است. (0/25) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2$ (0/25) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy$ (0/25) $\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$ (0/25) (قسمت الف تمرین 1 صفحه 8)	1
----	--	---

16	الف) $3 \times 6 = 2q \Rightarrow q = 9$ (0/5) ب) رسم یکی از گراف‌های زیر کافی است. (0/5)	1
----	--	---



17	فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (0/25). از طرفی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = 2q$ و $\sum_{v \in B} \deg(v) = 2k$ زوج‌اند. (0/25) لذا $\sum_{v \in A} \deg(v) = 2q - 2k$ باید زوج باشد. (0/25) می‌دانیم تعدادی زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (0/25) (صفحه 40)	1
----	--	---

18	الف) $4! \times 3!$ (0/5) ب) $4! \times 4!$ (0/5) (مشابه مثال صفحه 57)	1
----	--	---

19	تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این کار معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعه 4 عضوی به مجموعه‌ای 8 عضوی (0/25)، یعنی: $(8)_4 = \frac{8!}{4!} = 1680$ (0/25). (مثال پایین صفحه 78)	1
----	--	---

20	(مشابه کار در کلاس صفحه 76) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100, n = 6k\} \Rightarrow A = \left\lfloor \frac{100}{6} \right\rfloor = 16$ (0/25) $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 100, n = 10k\} \Rightarrow B = \left\lfloor \frac{100}{10} \right\rfloor = 10$ (0/25) $A \cap B = \{n \mid 1 \leq n \leq 100, n = 30k\} \Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{100}{30} \right\rfloor = 3$ (0/25) $\Rightarrow A \cup B = 16 + 10 - 3 = 23$ (0/25)	1
----	--	---

ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم

مدت امتحان: 120 دقیقه	ساعت شروع: 8 صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: 1399/04/08		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور خرداد ماه سال 1399	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																																																																			
21	در این مسأله $k + 1 = 7 \Rightarrow k = 6$ (0/25) و تعداد لانه ها 12 است (0/25). پس تعداد کبوترها یا معادل با آن تعداد دانش آموزان حداقل می‌بایست $kn + 1 = 6 \times 12 + 1 = 73$ باشد. (0/5)	1																																																																			
22	برای برنامه‌ریزی دو مربع لاتین متعامد در نظر بگیریم. مربع A مربوط به ماشین‌ها و مربع B مشخص کننده الیاف است. (سوال 14 صفحه 72)	1																																																																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">W_1</td> <td style="text-align: center;">W_2</td> <td style="text-align: center;">W_3</td> <td></td> <td style="text-align: center;">W_1</td> <td style="text-align: center;">W_2</td> <td style="text-align: center;">W_3</td> <td></td> <td style="text-align: center;">W_1</td> <td style="text-align: center;">W_2</td> <td style="text-align: center;">W_3</td> </tr> <tr> <td>روز اول</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td></td> <td>روز اول</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td></td> <td>روز اول</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">12</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">31</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">23</td> </tr> <tr> <td>روز دوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">= A</td> <td>روز دوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">= B</td> <td>روز دوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">33</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">22</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">11</td> </tr> <tr> <td>روز سوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td></td> <td>روز سوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">2</td> <td></td> <td>روز سوم</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">21</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">13</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">32</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">(0/25)</td> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">(0/5)</td> <td></td> <td colspan="3" style="text-align: center;">(0/25)</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: right; margin-top: 10px;">عدد سمت چپ هر درآیه نشان دهنده ماشین و عدد سمت راست آن مشخص کننده نوع الیاف است.</p>			W_1	W_2	W_3		W_1	W_2	W_3		W_1	W_2	W_3	روز اول	1	3	2		روز اول	2	1	3		روز اول	12	31	23	روز دوم	3	2	1	= A	روز دوم	3	2	1	= B	روز دوم	33	22	11	روز سوم	2	1	3		روز سوم	1	3	2		روز سوم	21	13	32		(0/25)				(0/5)				(0/25)				
W_1	W_2	W_3		W_1	W_2	W_3		W_1	W_2	W_3																																																											
روز اول	1	3	2		روز اول	2	1	3		روز اول	12	31	23																																																								
روز دوم	3	2	1	= A	روز دوم	3	2	1	= B	روز دوم	33	22	11																																																								
روز سوم	2	1	3		روز سوم	1	3	2		روز سوم	21	13	32																																																								
	(0/25)				(0/5)				(0/25)																																																												
20	جمع نمره																																																																				

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»

نوین گام

مرجع آموزش ابتدایی، دبیرستان و کنکور



ما توی این مسیر هواتون رو داریم

چجوری؟! اینجوری

