

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد را تجزیه می کنیم و پایه ها را می شماریم.  $45045 = 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  $a^y$  بر  $a^3$  و  $a^3$  بر  $a^3 \cap b$  بخش پذیر است. بنابراین  $a^y$  نیز بر  $a^3 \cap b$  قابل قسمت است لذا:

$$(a^3 \cap b) a^y = a^y$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شمارنده های A غیر از عامل ۲ و ۳ نباید عامل دیگری داشته باشند و نمای عاملهای آنها از نمای عامل نظیرشان در A باید کوچکتر یا مساوی باشند. بنابراین فقط  $2^x \times 3^y$  شمارنده A است.

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه ی م.م.ب از میان عامل های مشترک آن عاملی را انتخاب می کنیم که توانش کوچک تر است.

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به اینکه تفاضل دو عدد، فرد است، یکی از آن دو عدد باید زوج و دیگری فرد باشد. بنابراین آن دو عدد ۲ و ۳۱ می باشند.

$$2^2 + 31^2 = 4 + 961 = 965$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$24^7 \times 14^5 = (2^3 \times 3)^7 \times (2 \times 7)^5 = 2^{21} \times 3^7 \times 2^5 \times 7^5 = 2^{26} \times 3^7 \times 7^5$$

$$22^4 \times 18^6 = (2 \times 11)^4 \times (2 \times 3^2)^6 = 2^4 \times 11^4 \times 2^6 \times 3^{12} = 2^{10} \times 3^{12} \times 11^4$$

$$\text{م.م.ب} = 2^{10} \times 3^7$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مجموع مربعات دو عدد فرد شده، پس یکی از اعداد اول زوج و دیگری فرد بوده،

$$125 - 2^2 = 125 - 4 = 121$$

پس عدد اول کوچکتر «قطعاً» ۲ است.

$$11^2 - 2^2 = 121 - 4 = 117$$

عدد ۱۲۱ مجذور ۱۱ است.

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$18^5 \times 40^7 = (2 \times 3^2)^5 \times (2^3 \times 5)^7 = 2^5 \times 3^{10} \times 2^{21} \times 5^7 = 2^{26} \times 3^{10} \times 5^7$$

$$48^3 \times 21^2 = (2^4 \times 3)^3 \times (3 \times 7)^2 = 2^{12} \times 3^3 \times 3^2 \times 7^2 = 2^{12} \times 3^5 \times 7^2$$

$$33^5 \times 24^2 = (3 \times 11)^5 \times (2^3 \times 3)^2 = 3^5 \times 11^5 \times 2^6 \times 3^2 = 2^6 \times 3^7 \times 11^5$$

$$18^5 \times 40^7 \cap 48^3 \times 21^2 \cap 33^5 \times 24^2 = 2^6 \times 3^5$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2^{a-1} \times 3^b \cap 2^{a+2} \times 3^{b-1} = 1 \Rightarrow 2^{a-1} \times 3^{b-1} = 1$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون حاصلضرب دو عدد اول زوج شده پس یکی از آنها حتماً ۲ است و دیگری  
 $347 + 2 = 349$   
 $347 \div 2 = 173.5$  است.

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همهی اعداد طبیعی کوچکتر از ۳۱ نسبت به ۳۱ اول اند که تعداد آنها ۳۰ تا می باشد.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = 2^x \times 3^y \quad B = 2^4 \times 3^7$$

$$A \cap B = 72 \Rightarrow 2^3 \times 3^2 \Rightarrow x = 3, y = 2$$

$$(x + y)^2 = (3 + 2)^2 = 25$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد شمارنده ها به روش زیر پیدا می شود. ابتدا عدد را تجزیه کرده و توان ها را با یک

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5^1$$

جمع می کنیم و در هم ضرب می نمائیم.  $(2+1)(2+1)(1+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$

اگر شمارنده های عدد ۱۸۰ را بنویسیم و بشماریم عدد ۱۸ را بدست می آوریم.

$$180 : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180\}$$

$$\begin{array}{r|l} 3048 & 2 \\ 1524 & 2 \\ 762 & 2 \\ 381 & 19 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

$$3048 = 2^3 \times 19^2 \Rightarrow (3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در اینگونه مسائل عدد داده شده را به حاصلضرب اعداد اول تجزیه کنید. برای تجزیه یک عدد به عوامل اول از اولین عدد اول شروع کنید و مطابق جدول روبرو پیش بروید. آیا می توانید عمل انجام شده

را توضیح دهید؟ هر گاه تجزیه عددی به عوامل اول به صورت  $a^m, b^n, c^k \dots$  باشد، تعداد مقسوم علیه های مثبت آن عدد از فرمول زیر بدست می آید: تعداد مقسوم علیه های مثبت یک عدد  $\dots (k+1)(n+1)(m+1) \Rightarrow (1)$  طبق رابطه (۱)، تعداد مقسوم علیه های مثبت عدد ۳۵۲ برابر خواهد بود با:

$$\begin{array}{r|l} 352 & 2 \\ 176 & 2 \\ 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 \text{ یعنی } (5+1) \times (1+1)$$

$$\Rightarrow 352 = 2^5 \times 11$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{array}{r} 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow 24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow \text{تعداد شمارنده های مثبت} = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$$

دو برابر تعداد شمارنده های مثبت = تعداد کل شمارنده ها =  $2 \times 8 = 16$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به توضیحات مساله ۱۵ رجوع کنید.

$$A = 2^3 \times 3^2 \times 5 \text{ و } B = 2^2 \times 3^2 \times 7 \Rightarrow A \cap B = 2^2 \times 3^2$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

از رابطه ی (۱) استفاده کنید. در این تست، مقصود تعداد مقسوم علیه های مثبت عدد است چون در هیچیک از گزینه ها  $(2 \times 24) = 48$  یعنی تعداد کل مقسوم علیه ها نیامده است. توجه کنید با توجه به متن تست، اگر در گزینه ها ۴۸ هم آمده بود. قطعاً همین عدد درست بود، نه ۲۴.

۲۰- گزینه ۴ پاسخ است.

اعداد اول بین ۱۰ و ۳۰ عبارتند از ۱۱ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹

$$165 = (2^4)^5 = 2^{20} \quad 20 + 1 = 1$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عوامل اول ۱۸ عبارتند از ۲ و ۳ و عوامل اول ۱۴ عبارتند از ۲ و ۷، لذا این حاصلضرب سه عامل اول ۲ و ۳ و ۷ را دارا می باشد.

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

عدد  $n$  به صورت  $p^1$  است که در آن  $p$  یک عدد اول است یعنی  $n$  باید از یک عامل اول تشکیل شده باشد پس:

یعنی  $n^3$  دارای  $3 + 1 = 4$  مقسوم علیه طبیعی است.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ب.م.م دو عدد را می یابیم: اینک تعداد شمارنده های مثبت ۱۲۰ را تعیین می کنیم:

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \quad T(120) = 4 \times 2 \times 2 = 16$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم که عدد ۲۴ را می توان به صورت حاصلضرب چهار عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشت  $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

می توان تصور کرد که عدد مطلوب بصورت  $N = p_1 \times p_2 \times p_3 \times p_4^2$  است که در آن  $p_1, p_2, p_3, p_4$  اعداد اول متمایزند پس  $N$  حداکثر بر ۴ عدد اول بخش پذیر است.

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تعداد شمارنده های اول  $X$  و  $X^3$  برابرند.

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
حالت های مختلفی برای  $a$  و  $b$  اتفاق می افتد که عبارتند از:

$$(1) \begin{cases} a + 1 = 1 \\ 2b + 1 = 15 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} a + 1 = 3 \\ 2b + 1 = 5 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} a + 1 = 5 \\ 2b + 1 = 3 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} a + 1 = 15 \\ 2b + 1 = 1 \end{cases}$$

با بررسی این چهار حالت (۱) و (۴) مورد نظر نمی باشد زیرا در (۱) مقدار  $a = 0$  و در (۴) مقدار  $b = 0$  بدست می آیند که مورد نظر نمی باشد از (۲) بدست می آید  $a = b = 2$  که به ازای آن عدد ۱۴۴ محاسبه می شود و از (۳) بدست می آید  $a = 4$  و  $b = 1$  که عدد ۲۲۴ محاسبه می شود پس عدد ۱۴۴ کوچک ترین عدد طبیعی واجد این خاصیت است.

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم  $2^{12} = 16^3$  است که مقسوم علیه های آن عبارتند از:

$$1, 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{12}$$

حاصل جمع آنها از طریق مبنا امکان پذیر بوده و به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{12} = 2^{13} - 1 = 8191$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون  $p$  و  $q$  دو عدد اول متمایزند تعداد شمارنده های داده شده عبارتست از:

$$(8 + 1) \times (12 + 1) = 9 \times 13 = 117$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عدد  $X$  یا یک عامل اول دارد یا دو عامل اول. فرض کنیم  $X = p^k$  باشد که در آن  $p$

یک عدد اول و  $k$  عددی طبیعی است.  $X^2 = p^{2k}$ . تعداد شمارنده های  $X^2$  برابر است با ۲۵ لذا داریم:

$$2k + 1 = 25 \Rightarrow k = 12$$

یعنی  $X = p^{12}$  پس در این حالت  $X^3 = p^{36}$  و تعداد شمارنده های  $X^3$  برابر ۳۷ است. اگر  $X = p^k \times q^t$  باشد

که در آن  $p$  و  $q$  اعداد اول متمایز و  $k$  و  $t$  اعداد طبیعی باشند،  $X^2 = p^{2k} \times q^{2t}$ . تعداد شمارنده های  $X^2$  برابر

$$(2k + 1)(2t + 1) = 25 = 5 \times 5$$

است با ۲۵ لذا داریم:

که از آنجا لازم است  $k = t = 2$  باشد، پس  $X = p^6 \times q^2$  و لذا در این حالت  $X^3 = p^6 \times q^6$  و تعداد

$$7 \times 7 = 49$$

مقسوم علیه های  $X^3$  برابر است با:

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(4 + 1)(2n + 1 + 1) = 40 \Rightarrow 2n + 2 = 8 \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو عدد  $19^{99}$  و  $13^{78}$  فرد می باشند، پس:

$$\text{زوج} = \text{فرد} + \text{فرد} \Leftarrow \text{فقط (۲) زوج است}$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{رقم یکان } 2^{11} = 8$$

$$\text{رقم یکان } 5^{13} = 5 \text{ (رقم یکان } 5^n = 5)$$

$$\text{رقم یکان } 3^{15} = 7 \Rightarrow \frac{15}{4} = (3 \times 4) + 3 \quad (\text{یکان } 3^4 = 1, \text{ یکان } 3^3 = 7, \text{ یکان } 3^2 = 9, \text{ یکان } 3^1 = 3)$$

$$\Rightarrow 7 + 5 + 8 = 20 = \text{زوج}$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه ها را امتحان می کنیم.

$$\Rightarrow 3^2 \times 0 + 6 = 3^0 + 6 = 1 + 6 = 7 = \text{عدد اول}$$

$$A = \{31, 37, 41, 43, 47\}$$

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$132 = 2^2 \times 3 \times 11 \text{ و } 6432 = 2^5 \times 3 \times 67$$

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{ب.م.م آنها } 2^2 \times 3 = 12 \text{ یعنی } 12 \text{ است و } 12 - 8 = 4$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\{97\} = \text{مجموعه اول اعداد بین } 90 \text{ تا } 100$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به کمک جایگزین کردن گزینه ها می توانیم به پاسخ مورد نظر برسیم.

$$\text{عدد اول است } x = 3 \Rightarrow 3^3 + 2 = 29 \text{ (ب) عدد اول است } x = 2 \Rightarrow 3^2 + 2 = 11 \text{ (الف)}$$

$$\text{عدد مرکب است } x = 5 \Rightarrow 3^5 + 2 = 245 \text{ (د) عدد اول است } x = 4 \Rightarrow 3^4 + 2 = 83 \text{ (ج)}$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اعداد اول بین ۳۰ و ۴۰ برابر است با  $\{31 \text{ و } 37\}$  که داریم:

$$31^2 = 961 \text{ و } 37^2 = 1369$$

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\underline{31}, \underline{34}, \underline{37}, \underline{40}, \underline{41}, \underline{44}, \underline{47}, \underline{48}, \underline{49}, \underline{37}, \underline{38}, \underline{39}, \underline{40}, \underline{41}, \underline{42}, \underline{43}, \underline{44}, \underline{45}, \underline{46}, \underline{47}, \underline{48}, \underline{49}$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر فاصله ی دو عدد ۱ باشد، ب م آن ها ۱ است.

$$(2K, 2K + 1) = 1$$

۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۷, ۶۱, ۵۹, ۵۳, ۴۷, ۴۳

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اصل ضرب: هرگاه دو عمل بطور متوالی انجام شوند و عمل اول به  $n_1$  راه و عمل دوم به  $n_2$  راه قابل انجام باشد، انجام این دو عمل به  $n_1 \times n_2$  راه قابل انجام است. در انتخاب یک شمارنده از یک عدد باید توانهای مختلف از عامل های اول عدد انتخاب شوند. مثلاً عدد  $108 = 2^2 \times 3^3$  دارای دو عامل اول ۲ و ۳ است. انتخاب عامل ۲ به  $3 = 1 + 2$  حالت امکان پذیر است (یعنی یا اصلاً ۲ در مقسوم علیه نباشد یا یکی و یا دو تا ۲ انتخاب کنیم.) و انتخاب عامل ۳ نیز به  $4 = 1 + 3$  حالت امکان پذیر است، پس در کل  $4 \times 3 = 12$  حالت داریم.

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این دو عدد دارای هیچ عامل مشترکی نیستند. پس بزرگترین شمارنده مشترک آنها برابر ۱ است.

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $1377 = 3^4 \times 17$  بنا به اصل ضرب تعداد شمارنده ها برابر است با:  
 $(4 + 1)(1 + 1) = 10$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول هستند، پس کسر  $\frac{7}{91}$  را ساده می کنیم و کسر  $\frac{1}{13}$  بدست می آید. و در نتیجه:  
 $b = 13$  و  $a = 1 \Rightarrow a + b = 14$

۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعدادی مگجذور کامل هستند که توان همه ی عامل هایشان زوج باشد، از طرفی برای پیدا کردن تعداد شمارنده های یک عدد به هریک از توان های عامل های عدد، یک واحد اضافه می کنیم. پس اگر به عددی زوج، یک واحد و احداضافه کنیم، حاصل فرد می شود. یعنی تعداد شمارنده های اعداد مجذور کامل همیشه عددی فرد است.

۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رقم یکان اعداد  $1378$  و  $19^{99}$  فرد است. پس رقم یکان مجموع این دو عدد زوج است و در نتیجه ی عدد  $1378 + 19^{99}$  بر ۲ بخش پذیر است.

۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا عدد  $1378$  را تجزیه می کنیم و سپس با توجه به اصل ضرب که قبلاً توضیح داده شده، تعداد مقسوم علیه ها را بدست می آوریم.  $1378 = 2 \times 13 \times 53$  بنابراین تعداد مقسوم علیه های آن برابر است با:  
 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8$

۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تجزیه ی عدد  $1379$  به عوامل اول به صورت  $1379 = 7 \times 197$  است. پس طبق اصل ضرب تعداد شمارنده های آن برابر است با:  
 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$

۵۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{2} = 5, \frac{1}{4} = 2/5, \frac{1}{8} = 1/25\right) \Rightarrow 2 \text{ توان عامل} = 5 + 2 + 1 = 8$$

$$\left(\frac{1}{3} = 3/3, \frac{1}{9} = 1/1\right) \Rightarrow 3 \text{ توان عامل} = 3 + 1 = 4$$

$$\left(\frac{1}{5} = 2\right) \Rightarrow 5 \text{ توان عامل} = 2$$

$$\left(\frac{1}{7} = 1/4\right) \Rightarrow 7 \text{ توان عامل} = 1$$

$$\Rightarrow 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$$

$$\text{تعداد مقسوم علیه ها} = (8+1)(4+1)(2+1)(1+1) = 270$$

طبق اصل ضرب:

۵۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 + \text{توان ها} \Rightarrow \cancel{(3+1)}^4 \times \cancel{(1+1)}^2 \times \cancel{(5+1)}^6 = 48$$

۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۰۰۰	۲
۵۰۰	۲
۲۵۰	۲
۱۲۵	۵
۲۵	۵
۵	۵
۱	

$$1000 = 2^3 \times 5^3$$

دو مقسوم علیه اول دارد.



@drhs789

۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$k = 1 \Rightarrow x = 5$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 17$$

$$k = 3 \Rightarrow x = 65$$

$$k = 4 \Rightarrow x = 257$$

۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

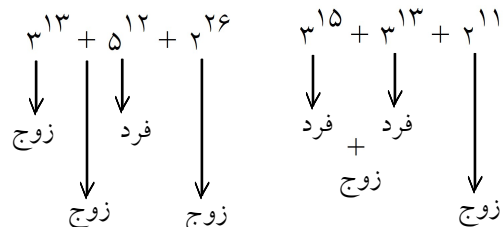
$$7 + 15^2 + 21^2 = 7 + 225 + 441 = 673$$

چون گزینه های ۱ و ۲ و ۴ اعداد مرکب هستند.

$$2^{24} + 3^{18} \times 5^{25}$$

حاصل ضرب چند اول نمی تواند اول باشد

زوج  $\Leftarrow$  شماره عدد اول زوج ۲ است که این عدد ۲ نیست پس مرکب است.



۵۹- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

۴)  $17^0 = 1 \rightarrow$  عدد اول نیست

۳)  $\frac{32 + 16}{16} = \frac{48}{16} = 3 \rightarrow$  عدد اول است

۱) پس اول نیست عدد زوج = عدد فرد + عدد فرد

۶۰- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $M$  بعد از تجزیه به شکل  $a^m \times b^n \times c^p \times \dots$  شد، تمام مقسوم علیه های آن از راه:  $(m+1) \times (n+1) \times (p+1) \times \dots$  به دست می آید.

$$(x+1)(x-1+1)(1+1) = 24 \Rightarrow x(x+1) = 12 \Rightarrow x = 3$$

۶۱- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(1+1) \times (x+1) = 8 \Rightarrow 2x + 2 = 8 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

اگر فرض کنیم  $A = a^m \times b^p \times c^q \times \dots$  باشد تعداد مقسوم علیه های  $A$  از رابطهی  $(m+1) \times (p+1) \times (q+1) \times \dots$  محاسبه می شود.

۶۲- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

اگر  $A = a^m \times b^n \times c^p \times \dots$  باشد، تعداد مقسوم علیه های  $A$  از رابطهی  $(m+1) \times (n+1) \times (p+1) \times \dots$  محاسبه می شود.

$$\Rightarrow \frac{5}{4+1} \times \frac{3}{2+1} = 15$$

۶۳- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4}{3+1} \times \frac{3}{2+1} = 12$$

۶۴- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

۳۰ = تعداد اعداد طبیعی بین ۰ تا ۳۱

۲۰ = تعداد اعداد مرکب و ۱

۱۰ = تعداد اعداد اول کوچکتر از ۳۱

۱۹ = ۲۰ - ۱ = تعداد اعداد مرکب

۶۵- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\} \Rightarrow n = 10$$

۶۶- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است. چون فقط خود عدد ۳ اول می باشد و باقی مضارب ۳ عدد اول نمی باشند.

۶۷- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

$$1384 = 2^3 \times 173 \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{مجموع مقسوم علیه ها}} A = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{173^2 - 1}{173 - 1} = 15 \times 174 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 29$$

$$A \rightarrow \text{تعداد مقسوم علیه های مثبت } A = (1+1)(2+1)(1+1)(1+1) = 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 24$$



۶۸- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

$$91, 94, 96, 98, 99, 97, 98, 91, 94$$

$$\{97\} = \text{مجموعه‌ی اعداد اول بین } 90 \text{ تا } 100$$

۶۹- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50$$

$$\frac{5}{20} = \frac{25}{100}$$

۷۰- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2^7 \times 3^5 \times 6 = 2^7 \times 3^5 \times 2 \times 3 = 2^8 \times 3^6$$

چون توان‌ها زوج است پس حاصل مربع کامل خواهد بود.

۷۱- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$

تا ۱۵

۷۲- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \times 3^2 + 1 = 2 \times 9 + 1 = 19$$

۷۳- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\{31, 37, 41, 43, 47\}$$

۷۴- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. حتماً یکی از دو عدد زوج است (یعنی ۲) که حاصل ۶۹۴ شد. پس داریم:

$$694 \div 2 = 347 \quad 347 + 2 = 349$$

آن دو عدد ۳۴۷ و ۲ می‌باشند.

۷۵- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$30, 20 \text{ بین اعداد اول} = \{23, 29\} \quad 23 + 29 = 52$$

۷۶- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است. چون تفاضل دو عدد، عدد فردی شده پس یکی از این دو عدد باید زوج باشد که فقط

$$31 - 2 = 29$$

یک عدد زوج اول داریم و آن عدد ۲ است. پس داریم:

عدد بزرگ‌تر ۳۱ است.

۷۷- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 11 \text{ و } 13 \text{ و } 17 \text{ و } 19 \text{ و } 23 \text{ و } 29 \text{ و } 31 \text{ و } 37 \text{ و } 41 \text{ و } 43 \text{ و } 47$$

۷۸- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است. ب م م دو عدد عبارتست از حاصل ضرب عوامل مشترک با کمترین توان:

$$(A, B) = 2^2 \times 3^2$$

۷۹- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است.

$$18^5 \times 40^7 = (2 \times 3^2)^5 \times (2^3 \times 5)^7 = 2^5 \times 3^{10} \times 2^{21} \times 5^7 = 2^{26} \times 3^{10} \times 5^7$$

$$48^3 \times 21^2 = (2^4 \times 3)^3 \times (3 \times 7)^2 = 2^{12} \times 3^3 \times 3^2 \times 7^2 = 2^{12} \times 3^5 \times 7^2$$

$$33^5 \times 24^2 = (3 \times 11)^5 \times (2^3 \times 3)^2 = 3^5 \times 11^5 \times 2^6 \times 3^2 = 2^6 \times 3^7 \times 11^5$$

$$18^5 \times 40^7 \quad 48^3 \times 21^2 \quad 33^5 \times 24^2 = \boxed{2^6 \times 3^5}$$

۸۰- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. (۲, ۳, ۵)

۸۱- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

۸۲- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

مجموع سه عدد اول  $7 \times 3 = 21$

مجموع ۶ عدد  $21 + 7 + 5 + 3 = 36$  میانگین جدید  $36 \div 6 = 6$

۸۳- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است. زیرا ۶۱ به هیچ عددی به جز یک و خودش بخش پذیر نیست.

۸۴- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا ۲۹ به هیچ عددی به جز یک و خودش بخش پذیر نیست و نمی توان به صورت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی نوشت.

۸۵- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا اعداد ۱۵ و ۱۶ متوالی هستند، پس نسبت به هم اول می شوند.

۸۶- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا:

$$4 = 2 \times 2, 6 = 2 \times 3, 8 = 2 \times 4, 9 = 3 \times 3$$

$$10 = 2 \times 5, 12 = 2 \times 6, 14 = 2 \times 7, 15 = 3 \times 5$$

$$16 = 2 \times 8, 18 = 2 \times 9$$

پس اعداد مرکب کوچکتر از ۲۰ شامل: ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸

۸۷- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا اعداد ۷ و ۱۷ نسبت به هم اول هستند، پس ب. م. م. آنها یک می شود.

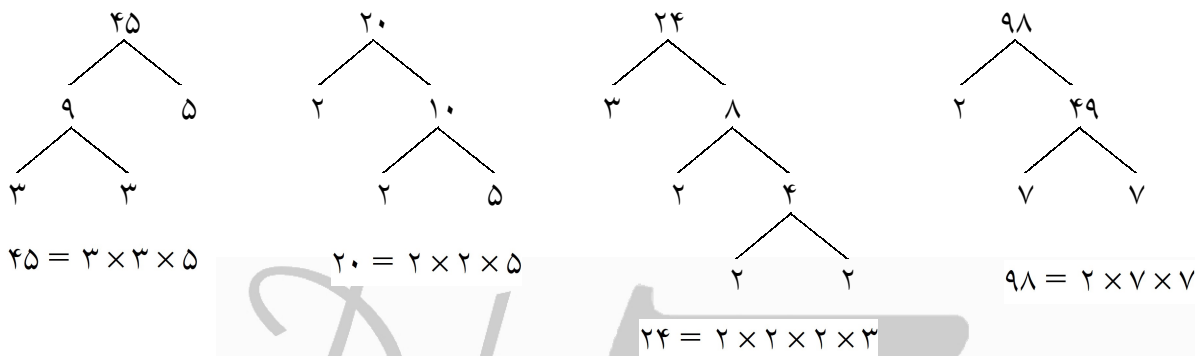
۸۸- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است. زیرا وقتی ۲ عدد نسبت به هم اول باشند، ک. م. م. آنها حاصل ضرب آنها می شود.

۸۹- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است. زیرا ۲۶ و ۲۸ هردو به عدد ۲ بخش پذیر هستند، اما با اعداد ۲۷ و ۲۵ و ۲۹ اول می باشد.

۹۰- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. نباید عدد مورد نظر با عدد ۸ متباین باشد، پس ۸ و ۱۰ چون هردو به ۲ بخش پذیر هستند، پس متباین نیستند.

۹۱- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا حاصل جمع دو عدد اگر فرد باشد، یعنی یکی زوج و دیگری فرد باید باشد. تنها عدد اول زوج، ۲ است و عدد دیگر باید ۸۳ باشد. در گزینه های دیگر هر دو عدد را اول نمی بینیم.

۹۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار درختی و نوشتن به صورت حاصل ضرب معلوم می‌شود که گزینه‌ی ۳ گزینه‌ی مورد نظر است.



۹۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. عدد مورد نظر  $۷۲ = ۸ \times ۹$  می‌باشد، پس شمارنده‌ی دیگر این عدد تنها ۱۲ است.

۹۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا عدد مورد نظر از ضرب ۴ و ۹ به وجود می‌آید یعنی  $۳۶ = ۹ \times ۴$ . پس باید ۳۶ بر آن عدد بخش پذیر باشد و ۳۶ بر ۸ بخش پذیر نیست.

۹۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا ۴۹ بر ۷ بخش پذیر است.  $\sqrt{۸۱} = ۹$  و ۹ بر ۳ بخش پذیر است. ۹۱ نیز بر ۷ بخش پذیر است.

۹۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا ۶۱ به هیچ یک از اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش پذیر نیست، پس فقط ۲ مقسوم علیه دارد. توجه: در واقع صورت سؤال، عدد اول را خواسته است.

۹۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. زیرا در گزینه‌های دیگر اعداد مرکب و یک را مشاهده می‌کنیم.

۹۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا در این گزینه همه‌ی اعداد مرکب هستند و می‌توان آن‌ها را به صورت حاصل ضرب ۲ عدد بزرگ‌تر از یک نوشت.

۹۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا تنها اعداد اول این مجموعه ۲۳ و ۴۱ هستند.

۱۰۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.  $(۷۹)$ ،  $\cancel{۷۸}$ ،  $\cancel{۷۷}$ ،  $\cancel{۷۶}$ ،  $\cancel{۷۵}$ ،  $\cancel{۷۴}$ ،  $(۷۳)$ ،  $\cancel{۷۲}$ ،  $(۷۱)$  از الگوریتم غربال استفاده می‌کنیم. ابتدا مضارب ۲، سپس مضارب ۳ و در مرحله‌ی بعد مضارب ۵ و در آخر مضارب ۷ خط می‌خورند.

۱۰۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا حاصل گزینه‌ی ۱، عدد ۲۰ می‌شود که مرکب است. گزینه‌ی ۲ بر ۳ بخش پذیر است و در گزینه‌ی ۳، عدد ۹۷ بر ۲ و ۳ و ۵ و ۷ بخش پذیر نبوده و اول است.

$$(۸, ۱۰) = ۲$$

$$(۹, ۱۰) = ۱$$

$$(۱۱, ۷) = ۱$$

$$(۱۵, ۷) = ۱$$

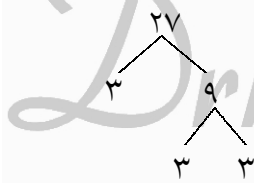
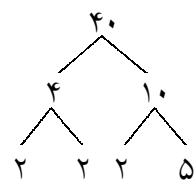
۱۰۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا:

۱۰۳- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. اعداد بین ۴۱ تا ۶۹ را می‌نویسیم و با استفاده از الگوریتم غربال، اعداد اول را پیدا می‌کنیم.

~~۴۲~~, ~~(۴۳)~~, ~~۴۴~~, ~~۴۵~~, ~~۴۶~~, ~~(۴۷)~~, ~~۴۸~~, ~~۴۹~~, ~~۵۰~~, ~~۵۱~~  
~~۵۲~~, ~~(۵۳)~~, ~~۵۴~~, ~~۵۵~~, ~~۵۶~~, ~~۵۷~~, ~~۵۸~~, ~~(۵۹)~~, ~~۶۰~~, ~~(۶۱)~~  
~~۶۲~~, ~~۶۳~~, ~~۶۴~~, ~~۶۵~~, ~~۶۶~~, ~~(۶۷)~~, ~~۶۸~~

اعداد اول: ۴۳ و ۴۷ و ۵۳ و ۵۹ و ۶۱ و ۶۷

۱۰۴- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا جمع دو عدد فرد همواره زوج می‌شود و به جز ۲ که اول است، سایر اعداد زوج، مرکب هستند. یعنی حاصل جمع دو عدد فرد هم می‌تواند اول باشد هم مرکب.

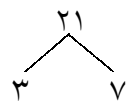


$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

۱۰۵- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است. زیرا:

یعنی هیچ عدد مشترکی در عامل‌های اول آنها دیده نمی‌شود.



$$21 = 3 \times 7$$

$$14 = 2 \times 7$$

۱۰۶- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. زیرا:

هر دو به ۷ بخش پذیر هستند، اما گزینه‌های دیگر هیچ عامل اول مشترکی ندارند.

۱۰۷- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در این مواقع توان‌های اعداد را با عدد ۱ جمع کرده و حاصل را در هم ضرب می‌کنیم.

$$2^5 \times 3^2 \Rightarrow (5+1) \times (2+1) = 6 \times 3 = 18$$

۱۰۸- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۷, ۴۳, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹, ۹۷

۱۰۹- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$1217 - 2 = 1215$$

عدد اول ۱۲۱۷

۲ هم عدد اول

$$\frac{x}{8} = 5 \Rightarrow x = 8 \times 5 = 40 \rightarrow \text{مجموع ۸ داده}$$

۱۱۰- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{y}{12} = 10 \Rightarrow y = 10 \times 12 = 120 \rightarrow \text{مجموع ۱۲ داده}$$

$$\frac{40 + 120}{20} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \frac{160}{20} = 8$$

۱۱۱- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2 \times 6 + 17 + 2 \times 7 + 8 + 12}{7} = \frac{12 + 17 + 14 + 8 + 12}{7} = \frac{63}{7} = 9$$

۱۱۲- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است. چون تفاضل دو عدد اول را داده و حاصل تفریق عددی فرد است، پس یکی از این اعداد زوج یعنی ۲ بوده. پس عدد اول دیگر از راه  $173 + 2 = 171 + 2 = 173$  به دست می آید. پس مجموع  $173 + 2 = 175$  خواهد بود.

۱۱۳- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$1217 - 2 = 1215$$

عدد اول ۱۲۱۷

۲ هم عدد اول

۱۱۴- گزینهی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا میانگین باید عددی بین  $16/5$  و  $17/5$  باشد که فقط گزینهی ۱ این خصوصیت را دارد.

۱۱۵- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$5 \times 20 = 100 \Rightarrow -24 + 43 + 21 + a + b = 100 \Rightarrow a + b = 100 - 40 \Rightarrow a + b = 60$$

$$14 \times 7 = 98$$

$$98 + 15 + 13 + 17 = 98 + 45 = 143$$

$$143 \div 10 = 14/3$$



$7 + 3 = 10 \rightarrow 7$  عدد قبلا داشتیم ۳ عدد هم اضافه شد.

۱۱۷- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

$$4 \times 37 = 148 \quad \text{مجموع ۴ عدد}$$

$$2 \times 33 = 66 \quad \text{مجموع دو عدد}$$

$$148 - 66 = 82 \quad \text{مجموع دو عدد دیگر}$$

$$82 \div 2 = 41 \quad \text{میانگین دو عدد}$$

۱۱۸- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$50 \times 38 = 1900$$

$$45 + 55 = 100 \Rightarrow 1900 - 100 = 1800 \quad \text{مجموع ۴۸ عدد مانده}$$

$$1800 \div 48 = 37/5$$

$$A = 9^x \times 8^y = (3^2)^x \times (2^3)^y = 3^{2x} \times 2^{3y}$$

۱۱۹- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(2x + 1)(3y + 1) = 49 \Rightarrow 49 = 7 \times 7 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 7 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \\ 3y + 1 = 7 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

۱۲۰- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است.

۲۰۰۴	۲
۱۰۰۲	۲
۵۰۱	۳
۱۶۷	۱۶۷
۱	

$$2004 = 2^2 \times 3^1 \times 167^1$$

$$(2+1)(1+1)(1+1) = 112$$

۱۲۱- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200}

$$200 \times 200 \times \dots \times 200 = 200^6$$

۱۲۲- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است. ب م م ۱۷ و ۱۹ عدد ۱ است و نسبت به هم اول اند. و عدد ۱ به هر توانی برسد همان ۱ است.

{-2, 11, 2011, 2}

۱۲۳- گزینهی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{فرد} = \text{زوج} + \text{فرد} \Rightarrow 2 + \square = 31 \Rightarrow 31 - 2 = 29$$

$$29 - 2 = 27$$

۱۲۴- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. تنها عدد زوج اول، ۲ است.

۱۲۵- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. چون حاصل ضرب عددی زوج است پس یکی از اعداد اول زوج است که فقط ۲ م تواند باشد.

$$694 \div 2 = 347$$

$$347 + 2 = 349$$

۱۲۶- گزینهی ۲ پاسخ صحیح است. ۹۱ بر ۷ و ۱۳ بخش پذیر است پس مرکب است.

۱۲۷- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است. چون حاصل جمع فرد شد (فرد = فرد + زوج) حتماً یکی از اعداد اول ۲ است، چون تنها عدد زوج اول ۲ است.

$$33 - 2 = 31$$

۱۲۸- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.

{31, 37, 41, 43, 47}

$A \cap B = 2ab$  = تمامی عوامل مشترک با کمترین توان

۱۲۹- گزینهی ۳ پاسخ صحیح است.