

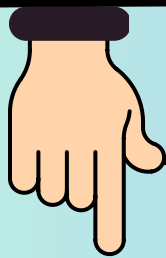
نوین گام

مرجع آموزش ابتدایی، دبیرستان و کنکور



ما توی این مسیر هواتون رو داریم

چجوری؟! اینجوری



telegram.me/omidshahidi56

۱- خط به معادله $3y - 4x = 6$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند، اندازه پاره‌خط AB کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2/5$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۳

می‌دانیم روی محورهای مختصات یکبار $x = 0$ و یکبار $y = 0$ است. پس:

$$x = 0 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2 : A \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix} \quad \text{و} \quad y = 0 \Rightarrow -4x = 6 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} : B \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

بنابراین گزینه ۲، پاسخ صحیح است.

۲- نقطه $A(6, m)$ بالای محور x قرار دارد و فاصله آن از مرکز مختصات ۱۰ می‌باشد m کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

می‌دانیم که فاصله دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) برابر با $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ می‌باشد. فاصله نقطه $A(6, m)$ از مبدأ مختصات یعنی $(0, 0)$ برابر با ۱۰ است پس:

$$\sqrt{(6 - 0)^2 + (m - 0)^2} = 10 \Rightarrow \sqrt{36 + m^2} = 10 \Rightarrow 36 + m^2 = 100 \Rightarrow m^2 = 64 \Rightarrow m = \pm 8$$

اما چون A بالای محور x هاست پس y آن مثبت است در نتیجه فقط $m = +8$ جواب می‌باشد و گزینه ۳ صحیح است.

۳- فاصله محل تلاقی خطوط $y = 2x + 3$ ، $y = x + 3$ از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۴

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نقطه تلاقی دو خط را بدست می‌آوریم:

$$\left. \begin{matrix} y = 2x + 3 \\ y = x + 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2x + 3 = x + 3 \Rightarrow x = 0 \xrightarrow[\text{قرار میدهیم}]{\text{در معادله اول}} y = 3$$

فاصله نقطه $(0, 3)$ از مرکز $(0, 0)$ از رابطه $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ بدست می‌آید

$$d = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3 \quad \text{بنابراین}$$

۴- اگر فاصله نقطه $A(3, 4)$ از نقطه $B(a, a)$ برابر ۵ باشد، مقدار a برابر است با:

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

می‌دانیم فاصله دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) با استفاده از رابطه $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ مناسبه می‌شود. پس در این سوال:

$$5 = \sqrt{(3 - a)^2 + (4 - a)^2} \Rightarrow 25 = (3 - a)^2 + (4 - a)^2 = 9 + a^2 - 6a + 16 + a^2 - 8a \Rightarrow$$

$$25 = 2a^2 + 25 - 14a \Rightarrow 2a^2 - 14a = 0 \Rightarrow a^2 - 7a = 0 \Rightarrow a(a - 7) = 0 \Rightarrow a = 0, a = 7$$

بنابراین گزینه ۳ درست است.

telegram.me/omidshahidi56

۵- نقاط $A|_2^1$ و $B|_4^{-3}$ و خط $x + y = 2$ مفروض است فاصله وسط AB از نقطه‌ای به طول یک واقع بر خط فوق کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{2}$

مختصات نقطه وسط AB (نقطه O) بصورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$x_o = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + (-3)}{2} = -1, \quad y_o = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \Rightarrow O(-1, 2)$$

نقطه به طول ۱ واقع بر منحنی $y = 2 - x$ دارای عرض $y = 2 - 1 = 1$ می‌باشد، پس این نقطه $C(1, 1)$ می‌باشد. فاصله نقطه O از C برابر است با:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} = 2\sqrt{2}$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۶- فاصله مبدا مختصات از نقطه M وسط پاره خط واصل به دو نقطه $A(-3, 1)$, $B(1, -3)$ چقدر است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

می‌دانیم مختصات بین دو نقطه از رابطه $x_o = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_o = \frac{y_1 + y_2}{2}$ بدست می‌آید. بنابراین

مختصات نقطه وسط A, B (که نقطه C فرض می‌شود) به صورت زیر می‌باشد:

$$\left. \begin{aligned} x_o &= \frac{-3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ y_o &= \frac{1 + (-3)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C(-1, -1)$$

فاصله نقطه (a, b) از مبدا مختصات با استفاده از رابطه $\sqrt{a^2 + b^2}$ محاسبه می‌گردد. پس فاصله

نقطه C از مبدا برابر با $\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ می‌باشد. بنابراین گزینه ۲ درست است.

۷- فاصله مبدا مختصات از محل تلاقی دو خط به معادله‌های $3x - y = 2$, $y + x = 2$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

ابتدا محل تلاقی دو خط را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 2 - x \end{cases} \Rightarrow 3x - 2 = 2 - x \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1, y = 2 - 1 = 1 \Rightarrow \text{نقطه تلاقی} = (1, 1)$$

فاصله نقطه (x, y) از مبدا از رابطه $\sqrt{x^2 + y^2}$ بدست می‌آید، پس $d = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$ بنابراین

گزینه ۱ درست است.

telegram.me/omidshahidi56

۸- نقاط $A(3, 2)$ و $B(1, -2)$ مفروضند. فاصله مبداء مختصات از نقطه M وسط AB برابر است با:

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

اگر $M(x_M, y_M)$ نقطه وسط AB باشد:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(2, 0)$$

M روی محور x ها و به مختصات $x_M = 2$ قرار دارد، پس فاصله آن تا مبداء برابر ۲ می باشد. لذا گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۹- طول نقطه M واقع بر محور طولها که از دو نقطه $B(-2, 3)$ و $C(4, -1)$ به یک فاصله باشد کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

$$M(a, 0), B(-2, 3), C(4, -1) \xrightarrow{MB=MC} \sqrt{(a - (-2))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{(a - 4)^2 + (0 - (-1))^2}$$

$$\Rightarrow (a + 2)^2 + 9 = (a - 4)^2 + 1 \Rightarrow a^2 + 4a + 13 = a^2 - 8a + 17 \Rightarrow 12a = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۰- مختصات نقطه‌ای از خط $3x + 2y - 5 = 0$ را که از دو سر پاره خط AB که در آن $A(3, 1)$ و $B(1, 3)$ به یک فاصله است، کدام است؟

(۱) $(3, -2)$ (۲) $(1, 1)$ (۳) $(-1, -1)$ (۴) $(0, \frac{5}{2})$

کافی است عمود منصف پاره خط AB را با خط مورد نظر قطع دهیم:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{3 + 1}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{1 + 3}{2} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(2, 2)$$

$$\left. \begin{aligned} M(2, 2) \\ \text{شیب خط } AB = \frac{3 - 1}{1 - 3} = -1 \Rightarrow \text{شیب خط } MH = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{معادله } MH = y - 2 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x$$

$$\left. \begin{aligned} y = x \\ 3x + 2y - 5 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3x + 2x - 5 = 0 \Rightarrow x = 1, y = 1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

telegram.me/omidshahidi56

۱۱- فاصله محل تلاقی دو خط $y = x + 1$ و $y = 3$ از نقطه $A(-1, -1)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۵ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

ابتدا محل تلاقی دو خط را بدست می‌آوریم:

$$\left. \begin{matrix} y = 3 \\ y = x + 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x + 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \text{محل تلاقی: } B(2, 3)$$

$$AB = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۲- نقاط $A(1, 7)$ و $B(1, k)$ مفروضند، فاصله نقطه $M(1, 1)$ از وسط AB چقدر است؟

- (۱) $\frac{|5 - k|}{2}$ (۲) k (۳) $\frac{|5 + k|}{2}$ (۴) $|5k - 1|$

$$\left. \begin{matrix} A(1, 7) \\ B(1, k) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} x_P = \frac{1+1}{2} = 1 \\ y_P = \frac{7+k}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow P\left(1, \frac{7+k}{2}\right)$$

$$\left. \begin{matrix} P\left(1, \frac{7+k}{2}\right) \\ M(1, 1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow MP = \left| 1 - \frac{7+k}{2} \right| = \left| \frac{2 - 7 - k}{2} \right| = \frac{|5+k|}{2}$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۱۳- اگر فاصله محل تلاقی دو خط $y = x + m$ و $y = -x + m$ از مبدا مختصات برابر با ۲ باشد مقدار m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۲

$$\left. \begin{matrix} y = x + m \\ y = -x + m \end{matrix} \right\} \Rightarrow x + m = -x + m \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = m$$

مختصات محل تلاقی: $A(0, m)$

$$OA = 2 \Rightarrow \sqrt{(0 - 0)^2 + (0 - m)^2} = 2 \Rightarrow \sqrt{m^2} = 2 \Rightarrow |m| = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۴- دو نقطه $A(5, -1)$ و $B(3, y)$ مفروضند، اگر اندازه پاره خط $AB = \sqrt{5}$ باشد، y کدام است؟

- (۱) -2 و 0 (۲) 2 و 0 (۳) -2 و 1 (۴) 1 و 2

$$AB = \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{5} \Rightarrow (5 - 3)^2 + (-1 - y)^2 = 5$$

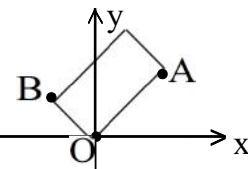
$$\Rightarrow 4 + (y + 1)^2 = 5 \Rightarrow (y + 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} y + 1 = 1 \Rightarrow y = 0 \\ y + 1 = -1 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.

۱۵- نقاط $A(3, 3)$ و $B(-1, 1)$ و $O(0, 0)$ سه رأس یک مستطیل هستند. مساحت مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) ۹

با توجه به شکل مساحت مستطیل برابر است با:



$$OA \cdot OB = \sqrt{3^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

telegram.me/omidshahidi56

۱۶- نقاط $A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ، $B \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ، $C \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ سه رأس مثلثی هستند، طول میانه‌ی CM برابر است با:

- (۱) ۴ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{2}$

گزینه صمیم پاسخ ۲ است.

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + (-1)}{2} = -1 \end{cases}$$

$$CM = \sqrt{(x_M - x_C)^2 + (y_M - y_C)^2} = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۱۷- نقاط $A(3, 2)$ و $B(-1, -2)$ دو رأس مقابل یک مربع می‌باشند، مساحت این مربع چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

گزینه صمیم پاسخ ۳ است.

$$AB = \sqrt{(3 + 1)^2 + (2 + 2)^2} = 4\sqrt{2} = \text{طول قطر مربع}$$

$$\text{مساحت مربع} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{1}{2} (4\sqrt{2})^2 = 16$$

۱۸- هرگاه $A \begin{pmatrix} 2m - 1 \\ m - 5 \end{pmatrix}$ و $B \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ در دستگاه مختصات قائم باشند و فاصله‌ی $AB = \sqrt{53}$ باشد، آنگاه m کدام است؟

(۱) $m = 0$ یا $m = \frac{6}{5}$ (۲) $m = 0$ یا $m = \frac{-5}{6}$

(۳) $m = 0$ یا $m = \frac{3}{5}$ (۴) $m = 0$ یا $m = \frac{-3}{5}$

گزینه‌ی صمیم پاسخ ۱ است.

$$A \begin{pmatrix} 2m - 1 \\ m - 5 \end{pmatrix} \quad B \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$AB = \sqrt{(2m - 1 + 3)^2 + (m - 7)^2}$$

$$53 = (2m + 2)^2 + (m - 7)^2 \Rightarrow 53 = 4m^2 + 4 + 8m + m^2 + 49 - 14m \Rightarrow$$

$$5m^2 - 6m = 0 \rightarrow m(5m - 6) \Rightarrow m = 0, m = \frac{6}{5}$$

telegram.me/omidshahidi56

۱۹- فاصله نقطه $A(1, 2)$ از خط گذرا بر دو نقطه $B(-2, 3)$ و $C(2, 3)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲ (۲)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته:

$$B \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \Rightarrow BC \parallel x'x$$

معادله BC ی $y = y_1$

فاصله نقطه A از خط $y = y_1$ $d = |y_1 - \beta|$

معادله BC خط $y = 3$ و $C(2, 3)$ و $B(-2, 3)$

$y = 3 \Rightarrow d = |3 - 2| = 1$

۲۰- مساحت مثلثی با معادلات اضلاع $2y + x = 8$ ، $y = 2x - 1$ و $y + 3x = 4$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۳ (۳) ۴ (۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} AB: 2y + x = 8 \\ AC: y - 2x = -1 \end{cases} \Rightarrow A(2, 3)$$

$$\begin{cases} BC: y + 3x = 4 \\ AB: 2y + x = 8 \end{cases} \Rightarrow B(0, 4)$$

$$\begin{cases} BC: y + 3x = 4 \\ AC: y - 2x = -1 \end{cases} \Rightarrow C(1, 1) \quad AB = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \quad \text{و} \quad AC = \sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow S = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{5}{2}$$

۲۱- نقاط $A(a, 3)$ و $B(4, a-1)$ مفروض اند، اگر وسط پاره خط AB روی محور طولها باشد، a کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۴

ابتدا نقطه وسط را تعیین می‌کنیم: $M \begin{vmatrix} \frac{4+a}{2} \\ \frac{a+3}{2} \end{vmatrix}$ ، چون عرض نقطه وسط صفر است داریم:

$$\frac{a+3}{2} = 0 \Rightarrow a = -3$$

نکته: اگر $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ باشد مقصود نقطه وسط از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{و} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

telegram.me/omidshahidi56

۲۲- اگر $M \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ وسط پاره خط AB باشد و $A \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ آنگاه مختصات B کدام است؟

- (۱) $B(-5, -7)$ (۲) $B(5, -7)$ (۳) $B(-5, 7)$ (۴) $B(5, 7)$

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر M وسط پاره خط AB باشد در اینصورت مختصات M به شکل زیر می باشد:

$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = \frac{3 + x_B}{2} \\ 3 = \frac{-1 + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = -5 \\ y_B = 7 \end{cases}$$

مختصات B ، $(-5, 7)$ می باشد.

۲۳- اگر $A(3, 5)$ ، $B(-1, -1)$ ، فاصله وسط AB از محور x ها چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۳/۵

می دانیم نقطه وسط دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ بوسیله رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\begin{cases} x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_s = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_s = \frac{3 + (-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ y_s = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

فاصله هر نقطه از محور x ها برابر با عرض آن نقطه است، پس فاصله نقطه وسط از محور x ها برابر با ۲ است. لذا گزینه ۱ صحیح است.

۲۴- نقاط $A(2\beta, \beta)$ و $B(\beta+3, \beta-4)$ دو راس مثلث ABC و معادله میانه نظیر راس C خط $y = 5$ ، مختصات وسط AB کدام است؟

- (۱) $(5, 9)$ (۲) $(5, 12)$ (۳) $(9, 5)$ (۴) $(12, 5)$

با داشتن مختصات نقاط A و B مختصات نقطه M وسط آن را پیدا می کنیم:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2\beta + \beta + 3}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2\beta - 4}{2} = \beta - 2$$

با توجه به اینکه خط $y = 5$ میانه راس C می باشد، پس نقطه M روی این خط قرار دارد. بنابراین $\beta - 2 = 5 \Rightarrow \beta = 7$ و مختصات نقطه میانه $M(12, 5)$ می باشد. لذا گزینه ۴ صحیح است.

۲۵- قرینه نقطه $A(0, -1)$ نسبت به خط $y = mx + 1$ نقطه $A'(2, 1)$ است. m کدام است؟

- (۱) $m = \frac{1}{2}$ (۲) $m = 1$ (۳) $m = -\frac{1}{2}$ (۴) $m = -1$

باید نقطه وسط AA' روی خط باشد. اگر نقطه وسط را B فرض کنیم:

$$\left. \begin{aligned} x_B &= \frac{x_A + x_{A'}}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1 \\ y_B &= \frac{y_A + y_{A'}}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B(1, 0)$$

$$\left. \begin{aligned} & \\ & y = mx + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = m + 1 \Rightarrow m = -1$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

telegram.me/omidshahidi56

۲۶- معادله میانه AM در مثلثی که مختصات سه رأس آن $A(1, 0)$ و $B(0, 2)$ و $C(2, 2)$ باشد، کدام است؟

$x - y = 1$ (۴) $x + y = 1$ (۳) $x = 1$ (۲) $y = 1$ (۱)

نقطه M وسط BC است، پس:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1 \\ y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(1, 2)$$

$$\left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \Rightarrow AM: x = 1$$

$A(1, 0)$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲۷- نقاط $A(5, 2)$ و $B(-1, 4)$ در صفحه محورهای مختصات داده شده‌اند، به ازای کدام مقدار a خط به معادله $y = ax + 7$ از وسط AB می‌گذرد؟

2 (۴) 1 (۳) -1 (۲) -2 (۱)

$$\left\{ \begin{aligned} A(5, 2) \\ B(-1, 4) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} x_M &= \frac{5 + (-1)}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{2 + 4}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(2, 3) \text{ مختصات وسط AB}$$

$$y = ax + 7$$

$$\Rightarrow 3 = a(2) + 7 \Rightarrow 3 = 2a + 7 \Rightarrow -4 = 2a \Rightarrow a = -2$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲۸- اگر $A(m - 2, 0)$ و $B(m, 2m)$ و فاصله‌ی نقطه‌ی C وسط AB از مبدا مختصات $\sqrt{5}$ باشد، مقادیر m کدام است؟

$-1, 2$ (۴) $-2, 1$ (۳) $-1, 3$ (۲) $-3, 2$ (۱)

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$AB \text{ وسط } M \left| \begin{array}{l} x_A + x_B \\ y_A + y_B \end{array} \right| \Rightarrow M \left| \begin{array}{l} m - 1 \\ m \end{array} \right| \Rightarrow OM = \sqrt{(m - 1)^2 + m^2} = \sqrt{5}$$

$$\rightarrow 2m^2 - 2m + 1 = 5 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow m = \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases}$$

۲۹- نقاط $A(3, -1)$ و $B(1, 5)$ مفروضند. کدام خط زیر از وسط پاره‌ی AB می‌گذرد؟

$y = 3x + 4$ (۴) $y = 2x + 1$ (۳) $y = 3x - 4$ (۲) $y = 2x - 1$ (۱)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$B \text{ و } A \text{ مختصات وسط} = \left(\frac{3+1}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = (2, 2)$$

فقط خط $y = 3x - 4$ از بین خطهای داده شده، از نقطه‌ی $(2, 2)$ می‌گذرد.

telegram.me/omidshahidi56

۳۰- k را چنان تعیین کنید که دو خط $kx - 2y + 5 = 0$ و $y = (k - 2)x - 3$ موازی یکدیگر باشند؟
 (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴
 گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$kx - 2y + 5 = 0 \Rightarrow -2y = -kx - 5 \Rightarrow y = \frac{k}{2}x + \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{شیب}} m = \frac{k}{2}$$

$$y = (k - 2)x - 3 \xrightarrow{\text{شیب}} m' = k - 2$$

نکته: شرط موازی بودن دو خط برابری شیب‌های آن دو است. پس،

$$m = m' \Rightarrow \frac{k}{2} = k - 2 \Rightarrow k = 4$$

۳۱- به ازای کدام مقدار b خط $3x + by = \frac{5}{2}$ از وسط پاره‌خط واصل به دو نقطه‌ی $B(5, -2)$, $A(-1, 3)$ می‌گذرد؟
 (۱) -۷ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۷

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نقطه وسط پاره‌خط AB را که باید در معادله‌ی خط $3x + by = \frac{5}{2}$ صدق کند را M می‌نامیم، لذا داریم:

$$M \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3(2) + b\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times 2} 12 + b = 5 \rightarrow b = -7$$

۳۲- ابتدا مختصات وسط پاره‌خط مقابل را تعیین کرده سپس طول آن را بیابید.
 $A(-2, 2)$ و $B(2, -2)$

$$AB \text{ وسط پاره‌خط } M \Rightarrow \begin{cases} x_M = (x_A + x_B) \div 2 \Rightarrow x_M = (-2 + 2) \div 2 \Rightarrow x_M = 0 \\ y_M = (y_A + y_B) \div 2 \Rightarrow y_M = (2 + (-2)) \div 2 \Rightarrow y_M = 0 \end{cases} \Rightarrow M \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

طول پاره‌خط AB

۳۳- طول میانه‌ی وارد بر ضلع BC را در مثلثی با رئوس $A(1, 5)$ و $B(2, 0)$ و $C(-4, 2)$ بیابید.

ابتدا مختصات نقطه‌ی M وسط BC را معین می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = -1 \\ y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0 + 2}{2} = +1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M \begin{cases} -1 \\ +1 \end{cases}$$

$$AM \text{ طول میانه} = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

telegram.me/omidshahidi56

۳۴- اگر نقاط $A(-2, 1)$ و $B(3, 1)$ و $C(-1, 5)$ مختصات سه رأس یک مثلث باشند.
الف- مختصات نقطه M وسط پاره BC را بدست آورید. ب- طول میانه AM را بدست آورید.

الف) M : مختصات وسط پاره BC (الف)

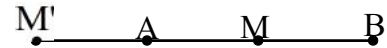
$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \Rightarrow M(1, 3)$$

ب) طول میانه $AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(1 + 2)^2 + (3 - 1)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

۳۵- اگر نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ و نقطه M در یک امتداد باشند و $AB = 2AM$ باشد. مختصات نقطه M را بیابید.

نقطه M می تواند بین A و B و یا خارج A و B باشد.



حالت اول) M بین A و B است:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \Rightarrow M(2, 1)$$

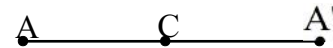
حالت دوم) M' خارج A و B است: در این حالت M' قرینه M نسبت به A می باشد:

$$x_{M'} = 2x_A - x_M = 2(1) - 2 = 0$$

$$y_{M'} = 2y_A - y_M = 2(2) - 1 = 3 \Rightarrow M'(0, 3)$$

۳۶- قرینه نقطه $A(1, 2)$ را نسبت به نقطه $C(5, 6)$ بدست آورید.

قرینه A را نسبت به نقطه C نقطه A' می نامیم.



با توجه به اطلاعات مسئله نقطه C وسط پاره AA' است.

$$x_{A'} = 2x_C - x_A \Rightarrow x_{A'} = 2(5) - 1 = 9$$

$$y_{A'} = 2y_C - y_A \Rightarrow y_{A'} = 2(6) - 2 = 10 \Rightarrow A'(9, 10)$$

۳۷- به ازای چه مقادیری از m و n دو نقطه $A(-n, m)$ و $B(2n, -2)$ نسبت به نقطه $M(3n - 1, m + n)$ قرینه یکدیگرند.

نقطه M وسط پاره AB قرار دارد پس داریم:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 3n - 1 = \frac{-n + 2n}{2} \Rightarrow 6n - 2 = -n + 2n \Rightarrow n = \frac{2}{5}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow m + n = \frac{m - 2}{2} \Rightarrow 2m + 2n = m - 2 \Rightarrow m = -2n - 2 = -2\left(\frac{2}{5}\right) - 2 = \frac{-14}{5}$$

$$\Rightarrow m = \frac{-14}{5} \text{ و } n = \frac{2}{5}$$

telegram.me/omidshahidi56

۳۸- نقاط $M(a, 2)$ و $N(3, 2a)$ مفروض‌اند. a را چنان تعیین کنید که نقطه C وسط پاره خط MN روی نیمساز ربع دوم باشد.

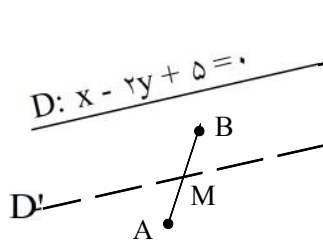
نکته: معادله نیمساز ربع دوم $y = -x$ می‌باشد یعنی نقاط روی این خط x و y قرینه‌ی هم دارند.

$$x_C = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{a + 3}{2}$$

$$y_C = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{2 + 2a}{2}$$

$$x_C = -y_C \Rightarrow \frac{a + 3}{2} = -\frac{2 + 2a}{2} \Rightarrow a + 3 = -2 - 2a \Rightarrow a = -\frac{5}{3}$$

۳۹- معادله خطی را بنویسید که پاره خط واصل مابین دو نقطه $A(\frac{1}{3}, -2)$ و $B(\frac{2}{3}, 3)$ را نصف کرده و با خط $D: x - 2y + 5 = 0$ موازی باشد.



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$m_D = m_{D'} = -\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

$$D' \text{ معادله: } y - y_M = m(x - x_M) \Rightarrow y - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

۴۰- دو نقطه $A(m - 1, 3m + 7)$ و $B(2m + 3, -m + 4)$ مفروض‌اند. مقدار m را چنان تعیین کنید که نقطه C وسط پاره خط AB روی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

نکته: معادله نیمساز ربع اول و سوم $y = x$ است. یعنی نقاط روی این خط x و y برابر دارند.

$$x_C = y_C$$

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{m - 1 + 2m + 3}{2} = \frac{3m + 2}{2} \quad \left. \vphantom{x_C} \right\} \Rightarrow 3m + 2 = 2m + 11 \Rightarrow m = 9$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3m + 7 - m + 4}{2} = \frac{2m + 11}{2}$$

۴۱- فرض کنیم چهار نقطه A, B, C, D روی یک محور واقع هستند. در این صورت کدام

است؟

۱) ۰

۲) ۰

۳) ۱

۴) ۲

رابطه شال برای سه نقطه دلفواه C و B و A روی یک محور بیان می‌کند که $\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$. همچنین خواهیم داشت $\overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB}$ پس:

$$\frac{\overline{AC} + \overline{CB}}{\overline{AD} + \overline{DB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AB}} = 1$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح می‌باشد.

telegram.me/omidshahidi56

۱۴۲- اگر اندازه جبری پاره‌خط \overline{AB} برابر ۴ و اندازه جبری پاره‌خط \overline{CM} برابر ۵- و M وسط AB باشد، مقدار \overline{BC} کدام است؟

(۱) ۳- (۲) ۲- (۳) ۳ (۴) ۲ است. گزینه ی

$$\begin{cases} \overline{AB} = x_B - x_A \\ \overline{CM} = x_M - x_C \\ x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 4 \\ x_M - x_C = -5 \\ x_A + x_B = 2x_M \end{cases}$$

اکنون می‌فواهیم با استفاده از این سه معادله \overline{BC} را مساب کنیم، لذا باید x_A, x_M را حذف کنیم. از جمع طرفین معادلات اول و سوم داریم:

$$2x_B = 2x_M + 4 \Rightarrow x_M = x_B - 2$$

اکنون در معادله دوم به جای x_M مساوی آنرا بر مسب x_B قرار فواهیم داد، داریم:

$$x_B - 2 - x_C = -5 \rightarrow x_B - x_C = -3 \rightarrow \overline{CB} = -3 \rightarrow \overline{BC} = 3$$

۱۴۳- اگر A و B و C و D چهار نقطه روی محور $x'Ox$ باشند، در اینصورت $\frac{\overline{AC} + \overline{CB}}{\overline{AD} + \overline{DB}}$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۲ است. گزینه

$$\frac{\overline{AC} + \overline{CB}}{\overline{AD} + \overline{DB}} = \frac{\overline{OC} - \overline{OA} + \overline{OB} - \overline{OC}}{\overline{OD} - \overline{OA} + \overline{OB} - \overline{OD}} = \frac{\overline{OB} - \overline{OA}}{\overline{OB} - \overline{OA}} = 1$$

۱۴۴- اگر A و B و C و D و E پنج نقطه روی یک محور باشند، در اینصورت $\frac{\overline{AC} + \overline{EB} + \overline{CE}}{\overline{AD} + \overline{DB}}$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) ۱ (۳) $x_A - x_B$ (۴) $x_A - x_E$ است.

گزینه $\overline{A_1 A_n} = \overline{A_1 A_2} + \overline{A_2 A_3} + \overline{A_3 A_4} + \dots + \overline{A_{n-1} A_n}$ رابطه شال

$$\overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AB}} = 1 \quad \text{منخرج} \quad \overline{AC} + \overline{CE} + \overline{EB} = \overline{AB} \quad \text{صورت}$$

۱۴۵- اگر $x_A = 2$ و $x_D = -1$ و $\frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AC} + \overline{DC}} = 1$ باشند مقدار x_C کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۱- (۳) ۲ (۴) ۲- است. گزینه ی

$$\frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AC} + \overline{DC}} = 1 \Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AC} + \overline{DC}} = 1 \Rightarrow \cancel{x_C} - \cancel{x_A} = \cancel{x_C} - \cancel{x_A} + x_C - x_D$$

$$x_C - 2 = 2x_C - 2 + 1 \Rightarrow x_C = -1$$

۱۴۶- نقاط A و B به طولهای ۳- و ۲ روی محور $x'Ox$ داده شده‌اند. اندازه جبری پاره‌خط AB را مساب کنید.

$$AB \text{ اندازه جبری پاره‌خط } \overline{AB} = x_B - x_A = (2) - (-3) = 2 + 3 = 5$$

telegram.me/omidshahidi56

۱۴۷- اگر اندازهی جبری AB برابر ۶- باشد و $x_B = 5$ مقدار x_A را حساب کنید.

$$\overline{AB} = -6$$

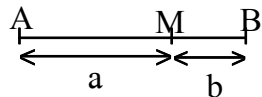
$$\overline{AB} = x_B - x_A \Rightarrow -6 = 5 - x_A \Rightarrow x_A = 5 + 6 \Rightarrow x_A = 11$$

۱۴۸- در مثلث به راسهای $A(0, 2)$ و $B(2, 0)$ و $C(-2, -2)$ ، مختصات نقطهی M، وسط BC و طول میانهی AM را بیابید.

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \\ y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(0, -1)$$

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

۱۴۹- اگر نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ و نقطهی M، در یک امتداد و $AB = 2AM$ باشند، مختصات نقطهی M را بیابید.



نکته: اگر A، M و B در یک امتداد باشند، و داشته باشیم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{a}{b}$$

آن گاه:

$$x_M = \frac{bx_A + ax_B}{a + b}, \quad y_M = \frac{by_A + ay_B}{a + b}$$

برای نقطهی M دو حالت وجود دارد.

حالت اول، M بین A و B باشد: در این حالت نقطهی M وسط A و B است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + 0}{2} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(2, 1)$$

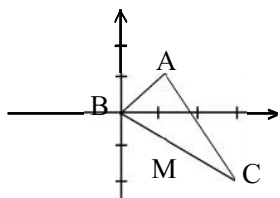
حالت دوم، M بین A و B نباشد: در این صورت:

$$\left. \begin{aligned} x_A &= \frac{2x_M + x_B}{2+1} \Rightarrow x_M = \frac{3x_A - x_B}{2} = \frac{3 - 3}{2} = 0 \\ y_A &= \frac{2y_M + y_B}{2+1} \Rightarrow y_M = \frac{3y_A - y_B}{2} = \frac{6 - 0}{2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(0, 3)$$

telegram.me/omidshahidi56

۵۰- طول ارتفاع وارد بر ضلع AB و طول میانه نظیر راس A در مثلث ABC با رئوس $A(1, 1)$ و $B(0, 0)$ و $C(3, -2)$ را بدست آورید.

طول ارتفاع وارد بر ضلع AB همان فاصله نقطه C از پاره خط AB است. پس لازم می باشد که معادله AB را بنویسیم.



$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1$$

$$AB: y - 1 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x \Rightarrow x - y = 0$$

$$CH = \frac{|ax_0 + bx_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1(3) + (-1)(-2) + 0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = -1$$

$$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 + (1 + 1)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

۵۱- به ازای چه مقدار m دو خط $y = 2x + 1$, $y + mx + 2 = 0$ بر هم عمودند؟

(۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 2

برای اینکه دو خط بر هم عمود باشند باید حاصلضرب شیبهای آنها برابر -1 باشد :

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 1 \\ y = -mx - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2(-m) = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

پس گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

۵۲- زاویه قطعی که از نقاط $A(1, 0)$ و $B(0, 1)$ میگذرد با محور x ها کدام است؟

(۱) 45° (۲) 135° (۳) 30° (۴) 90°

می دانیم تانژانت زاویه ای که خط با محور x ها میسازد برابر با شیب خط است ، پس :

$$\text{زاویه مورد نظر} = \alpha \Rightarrow \text{tg } \alpha = \text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1 \Rightarrow \alpha = \text{Arctg}(-1) = 135^\circ$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۳- قطعی که از دو نقطه متمایز $A(m, m + 1)$ و $B(2, 3)$ میگذرد، با محور ox چه زاویه ای میسازد؟

(۱) 45° (۲) 60° (۳) 135° (۴) قابل محاسبه نیست

هر دو نقطه روی خط $y = x + 1$ قرار دارند، پس :

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = x + 1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow \text{tg } \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

telegram.me/omidshahidi56

۵۴- خط $\sqrt{3}x + 3y = 1$ با محور OX چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

$$\sqrt{3}x + 3y = 1 \Rightarrow 3y = -\sqrt{3}x + 1 \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\text{شیب خط} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{tg } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{6}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۵- قطعی که از دو نقطه $A(2, 3)$ و $B(-2, -1)$ می‌گذرد، با محور OX چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- (۱) 45° (۲) 30° (۳) 60° (۴) 135°

اگر زاویه یک خط با محور OX برابر α باشد، آنگاه $\text{tg } \alpha$ برابر شیب خط است، پس:

$$\text{شیب خط} = \text{tg } \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-1)}{2 - (-2)} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵۶- دو نقطه $A(3, 0)$ و $B(-1, 4)$ مفروضند. ضریب زاویه‌ی قطعی که نقطه‌ی وسط AB از آن می‌گذرد و فاصله‌ی مبدا مختصات از این خط یک است، کدام می‌باشد؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

خط مورد نظر را $y = mx + h$ می‌گیریم. چون فاصله این خط از مبدا مختصات برابر ۱ است پس:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 1 = \frac{|-m \times 0 + 1 \times 0 - h|}{\sqrt{m^2 + 1}} \Rightarrow \frac{|h|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1 \Rightarrow h^2 = m^2 + 1 \quad (1)$$

از طرفی خط مورد نظر از وسط AB عبور می‌کند، پس:

$$\left. \begin{matrix} A(3, 0) \\ B(-1, 4) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} x_M = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ y_M = \frac{0 + 4}{2} = 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow M \left(1, 2 \right) \Rightarrow 2 = m \times 1 + h \Rightarrow m + h = 2 \Rightarrow$$

$$h = 2 - m \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (2 - m)^2 = m^2 + 1 \Rightarrow 4 + m^2 - 4m = m^2 + 1 \Rightarrow 4m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{4}$$

پس گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.

۵۷- به ازای چه مقدار m خطوط $y = 1 + mx$ و $y = 1 - x$ بر هم عمودند؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دو خط زمانی بر هم عمودند که: $m_1 \times m_2 = -1$

$$\left. \begin{matrix} y = 1 - x \Rightarrow \text{شیب خط} = -1 = m_1 \\ y = 1 + mx \Rightarrow \text{شیب خط} = m = m_2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow -1 \times m = -1 \Rightarrow m = 1$$

telegram.me/omidshahidi56

۵۸- به ازای کدام مقدار a دو خط به معادلات $y = 2x - 1$ و $ax + 3y = 6$ عمود بر هم اند؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = \frac{a}{3}x + 2 \end{cases} \Rightarrow 2\left(-\frac{a}{3}\right) = -1 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

۵۹- به ازای کدام مقدار a دو خط به معادلات $y = x\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}(y + a) + x = 0$ بر هم عمودند؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) هیچ مقدار a (۴) هر مقدار a

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{matrix} m_1 = \sqrt{3} \\ m_2 = \frac{-1}{\sqrt{3}} \end{matrix} \right\} \Rightarrow m_1 m_2 = -1$$

۶۰- به ازای کدام مقدار m دو خط به معادلات $(m + 1)x + my = 3$ و $(1 + 3m)y = 5 - 3mx$ موازی اند؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{-(m + 1)}{m} = \frac{-3m}{1 + 3m} \Rightarrow 3m^2 = (m + 1)(1 + 3m) \Rightarrow 3m^2 = 3m^2 + 4m + 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

۶۱- به ازای کدام مقدار m دو خط به معادلات $mx + 2y = 3$ و $x + (m - 1)y = 5$ موازی هم اند؟

- (۱) ۱ و ۲ (۲) ۱ و -۲ (۳) -۲ و -۱ (۴) ۲ و -۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط موازی: شیب‌ها برابر

$$-\frac{m}{2} = \frac{-1}{m - 1} \Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow m = -1, 2$$

۶۲- به ازای چه مقدار m دو خط $y = mx + m - 1$ و $y = (3m + 1)x - 4$ موازی یکدیگرند؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم شرط موازی بودن دو خط برابری شیب‌های دو خط است، لذا در اینجا داریم:

$$\begin{cases} y = mx + m - 1 \\ y = (3m + 1)x - 4 \end{cases} \rightarrow m = 3m + 1 \Rightarrow -2m = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

۶۳- اگر دو خط $\begin{cases} (a + 1)x = -2y + 1 \\ 3x + (a + 2)y = 4 \end{cases}$ موازی باشند شیب آن خطوط موازی کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط آنکه دو خط موازی باشند آن است که شیب آنها مساوی باشد.

$$m = \frac{a + 1}{-2} \quad m' = \frac{-3}{a + 2} \Rightarrow \frac{a + 1}{-2} = \frac{-3}{a + 2} \Rightarrow$$

$$a^2 + 3a + 2 = 6 \rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \quad a = 1 \text{ و } -4 \Rightarrow m = \frac{2}{-2} \text{ و } \frac{-3}{-2} \rightarrow m = -1 \text{ و } +\frac{3}{2}$$

telegram.me/omidshahidi56

۶۴- به ازای کدام مقدار m خط $mx + (m - 1)y + 7 = 0$ بر نیمساز ربع چهارم عمود است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 $y = -x \Rightarrow m = -1 \Rightarrow$ نیمساز ربع چهارم

$$mx + (m - 1)y + 7 = 0 \Rightarrow \text{ضریب زاویه} = \frac{-m}{m - 1} \Rightarrow m \times m' = -1 \Rightarrow$$

$$(-1) \times \frac{-m}{m - 1} = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۶۵- به ازای کدام مقدار k ، مجموع شیب و عرض از مبدا خط $kx - 2y = 6$ برابر با $\frac{1}{4}$ می‌شود؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{6}{5}$ (۴) ۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$kx - 2y = 6 \Rightarrow -2y = -kx + 6 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } -2} y = \frac{k}{2}x - 3$$

$$\frac{y = mx + n}{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \rightarrow \begin{cases} m = \frac{k}{2} \text{ (شیب)} \\ n = -3 \text{ (عرض از مبدا)} \end{cases}$$

$$\text{طرفین معادله را در عدد } 4 \text{ ضرب می‌کنیم.} \rightarrow 2k - 12 = 1$$

$$\Rightarrow 2k = 13 \Rightarrow k = \frac{13}{2} = 6.5$$

۶۶- معادله‌ی قطبی که از نقطه‌ی تلاقی دو خط $y = x + 2$ و $y = 2x + 3$ گذشته و بر نیمساز ربع اول و سوم عمود باشد، کدام است؟

- (۱) $y = x + 1$ (۲) $y = x + 2$ (۳) $y = -x$ (۴) $y = x - 1$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow 2x + 3 = x + 2 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -1 + 2 = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{عمود}} m = 1 \rightarrow \text{خط } m = -1 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -1(x + 1)$$

$$y - 1 = -x - 1 \Rightarrow y = -x$$

۶۷- عرض محل تلاقی دو خط $y = x + m + 3$ و $y = (m + 1)x + 5$ که بر هم عمود بوده، چه عددی است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 $M_1 = 1$ شیب اولی و $M_2 = 1 + m$ شیب دومی است.

$$(m + 1)(1) = -1 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3$$

telegram.me/omidshahidi56

۶۸- دو خط با معادلات $(m - 1)y - mx = 5$ و $2x - m(1 - x + y) = 0$ موازی یکدیگرند مقدار $\frac{-1}{m}$ کدام است؟

- ۱) ۲- ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{-1}{2}$

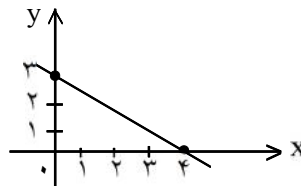
گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(m - 1)y - mx = 5 \rightarrow \text{شیب} = \frac{m}{m - 1} = d_1$$

$$2x - m + mx - my = 0 \rightarrow (2 + m)x - m - my = 0 \rightarrow \text{شیب} = \frac{-2 - m}{-m} = d_2$$

$$\text{شرط موازی} \Rightarrow d_1 = d_2 \Rightarrow \frac{m}{m - 1} = \frac{-2 - m}{-m} \rightarrow -m^2 = -2m - m^2 + 2 + m \rightarrow m = 2$$

۶۹- نمودار خط مقابل را رسم کنید: $x + 2y = 4$



$$x = 0 \Rightarrow 0 + 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \rightarrow (0, 2)$$

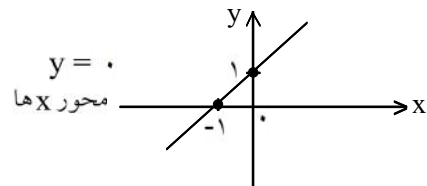
$$x = 4 \Rightarrow 4 + 2y = 4 \Rightarrow y = 0 \rightarrow (4, 0)$$

۷۰- نمودار معادله ی مقابل را رسم کنید.

$$y^2 = xy + y$$

$$y^2 = xy + y \Rightarrow y^2 - xy - y = 0 \Rightarrow y(y - x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{محور } x \text{ ها } y = 0 \\ y - x - 1 = 0 \rightarrow (0, 1) \text{ و } (-1, 0) \end{cases}$$



۷۱- از نقطه تلاقی دو خط $y = 2x + 4$, $y = -3x - 1$, خط $y = ax + b$ را رسم می کنیم. اگر این خط ممور عرضها را در نقطه ۳ قطع کند، مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -3x - 1 \end{cases} \Rightarrow 2x + 4 = -3x - 1 \Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1$$

نقطه تلاقی دو خط

$$x = -1 \Rightarrow y = 2(-1) + 4 = 2 \Rightarrow (-1, 2)$$

خط $y = ax + b$ از نقطه $(-1, 2)$ می گذرد. بنابراین مختصات نقطه در معادله خط صدق می کند.

نتیجه: در

$$2 = a(-1) + b \Rightarrow -a + b = 2$$

هم چنین این خط ممور عرضها را در نقطه $(0, 3)$ قطع می کند.

بنابراین:

$$3 = a(0) + b \Rightarrow b = 3$$

$$-a + 3 = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$a + b = 1 + 3 = 4$$

نتیجه: در

telegram.me/omidshahidi56

۷۲- معادله ی خط

در کتاب سوم راهنمایی دیدیم که معادله ی کلی یک خط راست به صورت $y = mx + b$ است که در آن m شیب خط و b عدد عرض از مبدا است که همان فاصله ی مبدا تا نقطه ی تلاقی خط با محور y هاست. مثال: معادله ی خطی که شیب آن ۲ و عرض از مبدا آن ۳+ باشد، به صورت $y = 2x + 3$ در فواید آمد.

۷۳- معادله ی خطی را بنویسید که از نقطه ی $(2, 3)$ می گذرد و با محور y موازی است.

در خطوط موازی با محور y شیب، تعریف نشده است و معادله آن ها به صورت $x = x_0$ می باشد بنابراین معادله خط مزبور به صورت $x = 2$ می باشد.

۷۴- به ازای کدام مقدار a سه نقطه $(1, 2)$, $(3, -1)$, $(5, a)$ در یک راستا قرار دارند؟

- ۱) ۴ ۲) صفر ۳) -۲ ۴) ۱۴

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. شرط این که ۳ نقطه در یک راستا باشند.

$$\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{a - 2}{5 - 1} = \frac{-1 - 2}{3 - 1} \Rightarrow \frac{a - 2}{4} = \frac{-3}{2} \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4$$

۷۵- به ازای کدام مقدار a خط به معادله ی $2y + ax = a$ از نقطه ی $(3, -1)$ می گذرد؟

- ۱) -۳ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۳

گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. $2(-1) + a(3) = a \Rightarrow 2a - 2 = a \Rightarrow a = 2$

نقطه $(-1, 3)$ را در معادله خط جایگزین می کنیم

۷۶- دو خط به معادله های $2y + x = -3$ و $y + 2x - 3 = 0$ در نقطه ای یکدیگر را قطع می کنند، اگر بخواهیم خط $y = 3x - a$ نیز از آن نقطه بگذرد، مقدار a کدام است؟

- ۱) -۱۲ ۲) -۶ ۳) ۶ ۴) ۱۲

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$-2 \begin{cases} 2y + x = -3 \\ y + 2x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + x = -3 \\ -2y - 4x = -6 \end{cases} \Rightarrow -3x = -9 \Rightarrow x = 3$$

در نتیجه:

$$2y + 3 = -3 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = -3$$

با توجه به این که مقصود نقطه تلاقی دو خط یعنی $(3, -3)$ باید در معادله $y = 3x - a$ صدق کند: $-3 = 3(3) - a \Rightarrow -3 = 9 - a \Rightarrow a = 12$

۷۷- خط گذرنده از نقطه $A(-1, 3)$ و موازی با خط $2x + y = 6$ محور طول ها را در چه نقطه ای قطع می کند؟

- ۱) -۲ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. توجه دارید که شیب دو خط موازی با یکدیگر مساوی است، لذا شیب خط مورد نظر با شیب خط $2x + y = 6$ برابر است. داریم: $2x + y = 6 \rightarrow y = -2x + 6 \rightarrow m = -2$

اکنون با داشتن شیب خط (-2) و یک نقطه از خط $A(-1, 3)$ می توان معادله خط را به ترتیب زیر نوشت: $y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = (-2)(x - (-1)) \Rightarrow y - 3 = -2x - 2 \Rightarrow 2x + y = 1$

$$\text{محل برخورد خط با محور طولها: } y = 0 \Rightarrow 2x + 0 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

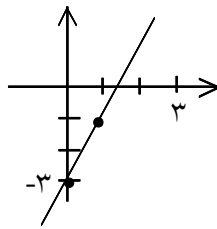
telegram.me/omidshahidi56

۷۸- نمودار معادله ی خط $2x - y - 3 = 0$ را رسم نمایید.

$y = 2x - 3$

x	۰	۱
y	-۳	-۱

جدول

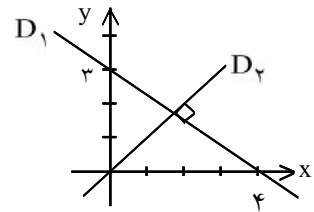


۷۹- در حالت زیر شیب خطی را که از A و B میگذرد حساب کنید و سپس معادله ی آن خط را بنویسید.
 $A(0, 2)$, $B(-2, 0)$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{-2 - 0} = 1$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 2$$

۸۰- معادله ی دو خط عمود بر هم زیر را بنویسید.



$A(0, 3)$ و $B(4, 0)$ \Rightarrow نقاط برخورد خط D_1 با محورها

$$\Rightarrow D_1 \text{ شیب خط } = m_1 = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 3}{4 - 0} \Rightarrow m_1 = -\frac{3}{4}$$

معادله خط D_1 $y - y_A = m_1(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 0) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$

شیب دو خط عمود برهم، عکس و قرینه یکدیگرند: $D_1 \perp D_2 \Rightarrow D_2$ شیب خط $m_2 = \frac{-1}{m_1} \Rightarrow m_2 = \frac{4}{3}$

$y = mx \Rightarrow D_2$ معادله خط: $y = \frac{4}{3}x$ معادله خطی که از مبدا می گذرد.

۸۱- معادله خط عمود بر خطی به معادله ی $y = 2x + 1$ و گذرنده از نقطه $(-4, 3)$ کدام است؟
 (۱) $2y + x = 0$ (۲) $2y + x = 2$ (۳) $y + x = -1$ (۴) $y + 2x = -5$

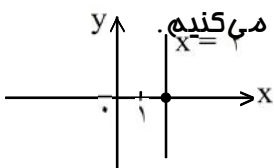
گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = 2x + 1 \rightarrow m = 2 \rightarrow m' = -\frac{1}{2}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4) \rightarrow 2y - 6 = -x - 4 \rightarrow 2y + x = 2$$

۸۲- نمودار خط مقابل را رسم کنید: $x = 2$

روی محور xها نقطه $x = 2$ را می یابیم و از آن جا خطی به موازات محور yها رسم می کنیم.



telegram.me/omidshahidi56

۸۳- حال اگر به جای شیب و یک نقطه از خط، فقط دو نقطه از خط را داشته باشیم، چه کنیم؟

اگر دو نقطه مثل $A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ و $B \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ از یک خط را داشته باشیم:

(۱) ابتدا با استفاده از فرمول شیب، شیب خط AB را به دست می آوریم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(۲) با استفاده از شیب و یکی از نقاط A یا B از فرمول $y - y_1 = m(x - x_1)$ استفاده کرده و معادله ی خط را به دست می آوریم.

نکته: استفاده کردن از هر کدام از نقاط A یا B فرقی ندارد و در آخر جواب معادله با هر یک از نقاط یکسان خواهد بود.

۸۴- نقاط $A(6, 8)$ و $B(-8, 6)$ مفروضند. اگر O مبدأ مختصات باشد، مسامت مثلث OAB برابر است با:

۲۴ (۴)

۴۸ (۳)

۵۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$m_{OA} = \frac{4}{3}, m_{OB} = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_{OA} \cdot m_{OB} = -1 \Rightarrow OA \perp OB$$

$$OA = OB = 10 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50$$

۸۵- نمودار معادله ی خط $x^2 + xy - 2x = 0$ را رسم نمایید.

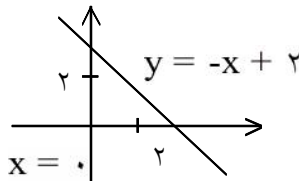
$$x^2 + xy - 2x = 0$$

$$x(x + y - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad y = -x + 2$$

x	۰	۲
y	۲	۰

جدول



که همان محور y ها است.

۸۶- به ازای کدام مقدار m خط $mx + y - 5 = 0$ موازی محور x ها است.

پاسخ: اگر خط موازی محور x ها باشد و $mx = 0$ خواهد شد تا معادله به صورت $y - 5 = 0$ درآید. پس:

$$mx = 0 \Rightarrow m = 0$$

telegram.me/omidshahidi56

۸۷- شیب قطی برابر $\frac{2}{3}$ است. اگر این خط از نقطه‌ی (۳- و ۴) بگذرد، در کدام نقطه محور طول‌ها را قطع می‌کند؟

- (۱) $(-\frac{1}{2}, 0)$ (۲) $(-\frac{3}{2}, 0)$ (۳) $(\frac{1}{2}, 0)$ (۴) $(\frac{3}{2}, 0)$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

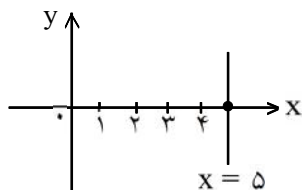
$$y - y_1 = m(x - x_1), \quad m = -\frac{2}{3}, \quad (4, -3) \Rightarrow y + 3 = -\frac{2}{3}(x - 4)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}, \quad y = 0 \quad \text{محل تلاقی با محور } x \text{ ها} \Rightarrow -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad \text{نقطه تلاقی خط با محور } x \text{ ها}$$

۸۸- خط مقابل را روی کاغذ شطرنجی رسم کنید: $x = 5$

روی محور x ها نقطه $x = 5$ را مشخص می‌کنیم و از آن نقطه قطی به موازات محور y ها رسم می‌کنیم.



۸۹- مختصات نقطه تلاقی دو خط به معادلات $x + y = 5$ و $x - 3y = 6$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{21}{4}, -\frac{1}{4})$ (۲) $(\frac{7}{4}, \frac{13}{4})$ (۳) $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$ (۴) $(\frac{1}{2}, -\frac{11}{6})$

است.

صمیم

پاسخ

۱

گزینه‌ی

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -x + 3y = -6 \end{cases} \quad 4y = -1 \quad y = -\frac{1}{4} \Rightarrow \left[\frac{21}{4}, -\frac{1}{4}\right]$$

۹۰- در مقابل معادله‌ی یک خط و مختصات یک نقطه داده شده است. معادله‌ی قطی را بنویسید که از این نقطه بگذرد و بر آن خط عمود باشد.

$$y = 7 \quad A(2, 3)$$

خط $y = 7$ موازی محور x ها می‌باشد و خط عمود بر آن موازی محور y ها است و معادله کلی آن $x = a$ می‌باشد. چون طول نقطه‌ی A ، ۲ است پس معادله خط مورد نظر به صورت $x = 2$ می‌باشد.

۹۱- معادله قطی که از وسط پاره‌خط AB که در آن $A(2, 2)$ و $B(4, -4)$ می‌باشند گذشته و بر خط $2y - x - 1 = 0$ عمود است، کدام است؟

- (۱) $y + 2x - 5 = 0$ (۲) $y + 2x - 1 = 0$ (۳) $y - 2x + 5 = 0$ (۴) $y - 2x - 5 = 0$

$$2y - x - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب خط: } m = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب خط عمود: } m' = -\frac{1}{m} = -2$$

$$A(2, 2), B(4, -4) \Rightarrow \text{نقطه وسط: } M\left(\frac{2+4}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right) \Rightarrow M(3, -1)$$

$$\text{معادله خط: } y - (-1) = -2(x - 3) \Rightarrow y + 1 = -2x + 6 \Rightarrow y + 2x - 5 = 0$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

telegram.me/omidshahidi56

۹۲- حال می‌فواهیم معادله‌ی فطی را بنویسیم که یک نقطه از آن و شیب آن را داریم. اگر شیب فط m و یک نقطه از آن $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ باشد، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

۹۳- مثال: معادله‌ی فطی را بنویسید که شیب آن -۲ و یکی از نقاطش $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$ باشد.

$$m = -۲ \quad \text{و} \quad \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ y_1 \end{matrix}$$

$$\rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - ۳ = -۲(x - ۱) \xrightarrow{\text{مرتب}} y - ۳ = -۲x + ۲$$

$$y = -۲x + ۲ + ۳$$

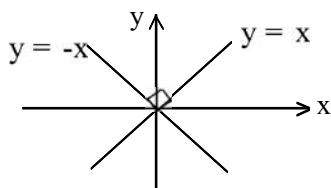
$$\boxed{y = -۲x + ۵}$$

۹۴- نمودار کدامیک از توابع زیر یک فط مستقیم است؟

(۱) $y = ۲ - ۲x^۲$ (۲) $y = \frac{x-1}{x+1}$ (۳) $y = ۲x - ۲$ (۴) هیچکدام

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. نمودار یک فط مستقیم، همواره یک چند جمله‌ای درجه اول می‌باشد.

۹۵- نمودار معادله‌ی $y^۲ = x^۲$ را رسم کنید. این نمودار چه خاصیتی دارد و نام آن چیست؟



نمودار این معادله متشکل از نیمساز ربع اول و سوم و نیمساز ربع دوم و چهارم می‌باشد که بر هم عمودند و نسبت به محورها و نیز مبدا مختصات تقارن دارد.

$$y^۲ = x^۲ \Rightarrow y = \pm x$$

۹۶- فط به معادله $۳x + ۴y - ۵ = 0$ از کدام نامیه محوره‌ای مختصات نمی‌گذرد؟

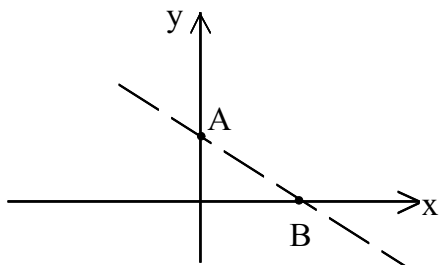
(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

با رسم فط به معادله $۳x + ۴y = ۵$

$$A \left(0, \frac{۵}{۴} \right), B \left(\frac{۵}{۳}, 0 \right)$$

از نامیه سوم نمی‌گذرد.



۹۷- معادله‌ی فطی بنویسید که از نقطه‌ای به طول -۳ روی محور طول عبور کند و با فط $۲x - y = ۵$ موازی باشد.

نقطه‌ای به طول ۳ روی محور طول دارای عرض صفر است:

$$A \begin{matrix} -۳ \\ ۰ \end{matrix}$$

$$۲x - y = ۵ \Rightarrow y = ۲x - ۵ \Rightarrow m = ۲$$

چون شیب فطهای موازی با هم برابرند، پس فط مورد نظر دارای شیب ۲ می‌باشد. بنابراین:

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - ۰ = ۲(x - (-۳)) \Rightarrow y = ۲x + ۶$$

telegram.me/omidshahidi56

۹۸- در حالت زیر شیب خطی را که از A و B می‌گذرد حساب کنید و سپس معادله‌ی آن خط را بنویسید.
 $A(0, 3)$, $B(1, 2)$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 3}{1 - 0} \Rightarrow m = -1$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 3 = -1(x - 0) \Rightarrow y = -x + 3$$

۹۹- معادله خطی که از نقطه $(-2, 3)$ گذشته و با خط به معادله $2y - 4x = 5$ موازی باشد، کدام است؟

$$2y - 4x = 7 \quad (1) \quad y = 2x + 7 \quad (2) \quad 2y = 2 + 5 \quad (3) \quad 2y - x = 8 \quad (4)$$

$$2y - 4x = 5 \Rightarrow 2y = 4x + 5 \Rightarrow y = 2x + \frac{5}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{شیب خط} = 2 \\ \Rightarrow \end{array} \right\}$$

$$A(-2, 3)$$

$$\text{معادله خط: } y - 3 = 2(x - (-2)) \Rightarrow y - 3 = 2(x + 2) \Rightarrow y - 3 = 2x + 4 \Rightarrow y = 2x + 7$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح سوال است.

۱۰۰- در مقابل شیب و یک نقطه از خط داده شده است معادله‌ی آن خط را بنویسید.

$$D(-2, -1) \quad m = 0$$

$$y - y_D = m(x - x_D) \Rightarrow y - (-1) = 0(x + 2) \Rightarrow y = -1$$

نوین گام

مرجع آموزش ابتدایی، دبیرستان و کنکور



ما توی این مسیر هواتون رو داریم

چجوری؟! اینجوری

